

Realistisch Montessori Rekenen

- Materiaal of Methode?
- Gesprek met Alan Gartner
- Functioneel Rekenen

Materiaal of Methode?

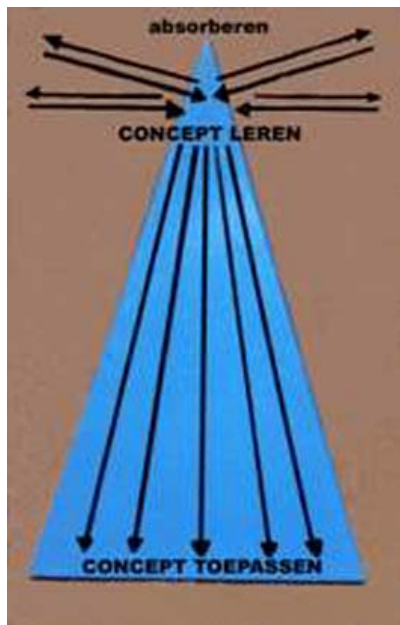
Het agerende kind

In mijn archief koester ik een schema, dat Drs. Mario Montessori jr. ooit maakte over de opvoedingsfilosofie van zijn grootmoeder. Het is handig om de hele Montessori opvoeding op één A4-tje bij de hand te hebben. (Op deze website: Dr. Montessori, haar filosofie van de opvoeding) Het ontwikkelingsverloop van kinderen gaat volgens dit schema in elke fase van ontwikkeling op dezelfde wijze: Het kind differentieert en coördineert door een actieve beleving, functies die hij van tevoren reeds gevormd heeft. En tegelijkertijd oriënteert het zich globaal op de volgende ontwikkelingsfase door er passief aan deel te nemen en er zich indirect op voor te bereiden. De actieve beleving zouden we kunnen karakteriseren, door het productieve arbeid naar eigen keuze te noemen, oftewel het werken met het Montessorimateriaal. De globale oriëntatie en passieve deelname noemt de Montessoripedagoog het absorberen van de omgeving.

Wat opvalt is dat deze zienswijze een actieve houding bij het kind veronderstelt. Een actieve vanuit het kind op de omgeving gerichte kracht, die maakt dat het kind bepaalde aspecten van de omgeving in zich opneemt, gaat vooraf aan een stadium van spontane arbeid, die het passief verworven omgevingsaspect differentieert en coördineert. We zouden het ook bewustwording kunnen noemen, want de passieve deelname en indirecte voorbereiding is een onbewust proces. Noam Chomsky beschrijft ongeveer hetzelfde proces als hij de taalverwerving bij het jonge kind beschrijft. Hij kent het kind een Language Acquisition Device (LAD) toe, dat zich in het kind en niet in de omgeving bevindt.

Deze beschrijving is opmerkelijk, omdat vrijwel altijd het leren van mens en dier beschreven wordt als het reageren om de omgeving. Montessori daarentegen beschrijft leren als ageren, het kind richt zich op omgevingsaspecten, waar het op een bepaald moment in zijn ontwikkeling gevoelig voor is. Zo wordt opvoeden zelfopvoeding, waarbij de opvoeder zorg draagt voor een passende omgeving die aanleiding geeft tot absorberen en vervolgens tot het uitvoeren van activiteiten, waarbij het geabsorbeerde als geordende kennis in het bewustzijn verankerd wordt. Dit laatste is het werk van de intelligentie.

Het piramide model



Voor de Montessori didactiek heeft dit verstrekkende gevolgen: Wat het kind leert, leert het op steeds dezelfde wijze. Elders heb ik dit proces al eens beschreven als het piramide model.

De vanuit de top van de piramide op de omgeving gerichte pijlen geven het actief en onbewust zoeken van het kind aan naar de omgevingsaspecten waar het op dat moment gevoelig voor is. De naar de top van de piramide gerichte pijlen geven aan hoe deze omgevingsaspecten vervolgens geabsorbeerd worden. Met concept leren is aangegeven hoe de actieve omgang met het Montessorimateriaal het onbewust verworvene tot een bewustzijnsinhoud maakt.

Vervolgens wordt het geleerde op situaties toegepast. Het leren van het concept zal veelal individueel gebeuren, al zijn er ook tal van activiteiten met Montessori materiaal, die kinderen gezamenlijk uitvoeren. Te denken valt aan het werken met het gouden materiaal, het bankspel. Het toepassen van het geleerde concept kan individueel geschieden, maar ook gezamenlijk.

Toepassing van het concept: individueel of gezamenlijk.

In 'From Childhood Adolescence' geeft Dr. Montessori een voorbeeld van een individueel werkend kind, dat zichzelf op basis van reeds verworven kennis een doel stelt:



“When a child’s interest is aroused on the basis of reality, the desire to know more about the subject is born at the same time. At such a moment exact definitions may be presented. Children express the desire for such definitions in their own way. For example in one of our schools there was once a seven-year-old boy who chose to study the Rhine.

The teacher had prepared a map of the river and its tributaries, but the child was not satisfied with it. He wanted to know the relative length of each of the tributaries (Here we see the idea of mathematics awakened) He used graph paper to draw a better map. It was in this way that the sense of proportional size and the interest of study were born in him at the same time. He remained at the same task, by his own choosing, for more than two months. He was not satisfied until he had

meticulously completed it. His satisfaction came with his being able to express these concepts in mathematical terms."

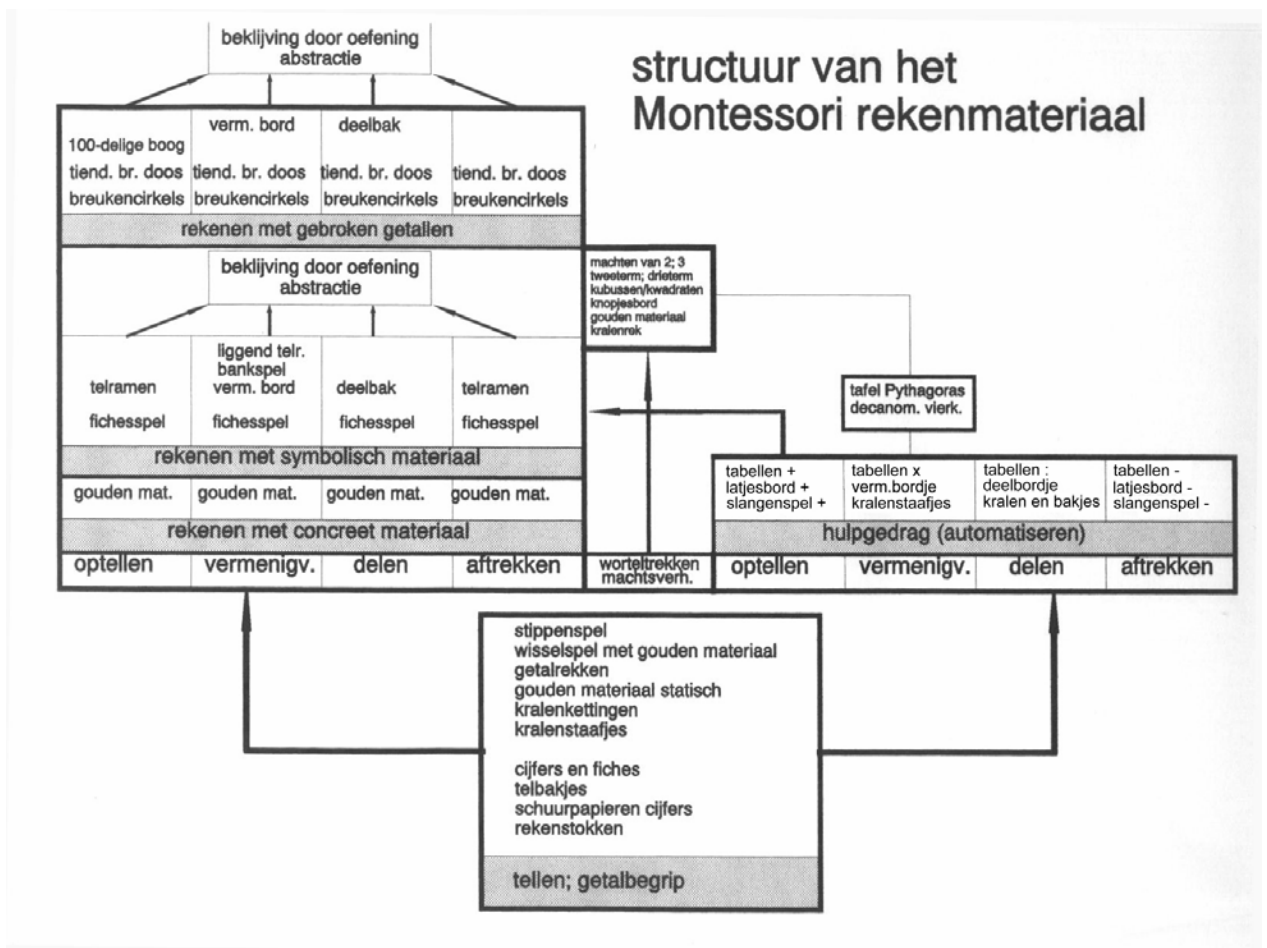
We vinden hier een voorbeeld van realistisch rekenen *avant la lettre*. De zelfstandig verworven concepten op het gebied van aardrijkskunde en wiskunde worden door dit kind gecombineerd in een zelfgekozen onderzoekstaakstelling, die het tenslotte tot in detail uitwerkt. En het krijgt er alle tijd voor die nodig is, niet gehinderd door blokken die worden afgesloten met toetsen.

Van belang is ook, dat het piramide model geldt voor alle vormen van kennisverwerving. Steeds wordt op dezelfde manier kennis verworven op alle relevante gebieden van onderwijs.

Een voorbeeld van hoe kinderen gezamenlijk tot zelfgekozen activiteit kunnen komen is gegeven in het artikel "Dat akelige rekenen" van Mario Montessori sr. Op basis van aangeboden materiaal gaan kinderen gezamenlijk op onderzoek naar de betekenis van een aantal concepten die ze zelfstandig verworven hebben. Ook hier wordt ze door hun leidster alle tijd gelaten die ze nodig hebben voor hun onderzoek.

De structuur van het Montessori rekenen

Voor de cursisten van wat toen nog de Nutspabo Eindhoven heette (thans Fontys pabo Eindhoven) maakte ik in 1996 een schema, 'Structuur van het Montessori Rekenen'



Het schema geeft de didactische opbouw van het Montessori rekenen weer. Aan de basis van het schema vinden we een aantal materialen, die het tellen en getalstructuren als onderwerp hebben. Deze materialen worden aangeboden in de onderbouw. Daarna worden parallel aan elkaar twee clusters van materiaal aangeboden voor het verwerven van rekenconcepten: bewerkingen met kleine getallen en de automatisering ervan naast bewerkingen met grote getallen. Naast elkaar, niet na elkaar. Het spreekt vanzelf dat steeds weer toepassingen gevonden dienen te worden van de bewust gemaakte kennis. Een ander feit dat opvalt is dat het schema naast de gebruikelijke vier hoofdbewerkingen (optellen; aftrekken; vermenigvuldigen en delen) ook het machtsverheffen en worteltrekken genoemd worden. Voor de kinderen wordt een complete structuur uiteengezet en toegankelijk gemaakt. Ook dat is een eigenschap van het Montessori onderwijs. Didactische reducties worden niet toegepast. Tenslotte moet worden opgemerkt dat de materialen voor het meten in dit schema niet voorkomen; omwille van de overzichtelijkheid beperkte ik me destijds tot de hoofdbewerkingen na het tellen. Het is heel goed mogelijk om een aparte leerlijn voor het meten te maken of toe te voegen aan het schema uit 1996.

Het vinden van toepassingen

In de twee voorbeelden hierboven werd aangegeven hoe kinderen spontaan tot toepassingen kunnen komen van hun verworven kennis mits ze daartoe gestimuleerd en ze er de tijd voor krijgen. Dat kinderen op deze wijze spontaan alle kerndoelen zullen verwerven is niet zo waarschijnlijk. In het Montessori rekenonderwijs is dit al snel onderkend. Daarom bestaat al sinds jaar en dag de gewoonte om een keuze te maken uit opgaven uit een rekenmethode en die aan de rekenlijnen toe te voegen, zodat ook op deze manier toepassingen van concepten gemaakt worden. In het decembernummer (2001) van MM is dit door Dirk Tempelaar aangeduid als de schaar in de methode zetten.

Het is uiteraard de vraag of kinderen op deze manier op den duur in staat zullen zijn om vraagstukken uit het realistisch rekenen met succes op te lossen. Op grond van mijn ervaringen met plak en knipwerk, uitgevoerd ten behoeve van de bovenbouwgroepen van de Montessorischool Binnenstad te Maastricht uitgevoerd tussen 1998 en 2002 meen ik dat een voorzichtig ja gegeven kan worden als antwoord op deze vraag.

Worden de kerndoelen bereikt?

Laat ik om te beginnen toegeven dat ik in het volgende bij de duivel te biecht zal gaan. Ik ben geen groot minnaar van collectief af te nemen objectieve toetsen. Ten eerste omdat zich in de gedachtewereld van kinderen heel andere problemen kunnen voordoen dan in de toetsboekjes aan de orde komen (de zevenjarige en de Rijn bij voorbeeld) De daaraan verbonden inspanning en creativiteit komt in de scores niet tot uitdrukking en daarmee wordt de kinderen tekort gedaan. Verder gaat er veel tijd verloren aan saai en demotiverend werk; dat kan een demotiverende werking hebben op het werk in de school als zodanig. Tenslotte suggereert een toets een lineair ontwikkelingsverloop dat niet overeenstemt met de werkelijkheid. Sinds de

invoering van de Euro bestaan er weliswaar geen kwartjes meer, maar ook uit de tijd dat die nog wel bestonden weten we dat kwartjes bij kinderen niet collectief plegen te vallen. Met andere woorden: Toetsscores aan het eind van een tevoren vastgelegde periode geven een vertekend beeld van de situatie. Marietje kan op 12 februari een vraagstuk nog niet oplossen, maar op 19 februari wellicht perfect. Daarom is het beter om op het moment dat je verwacht dat een leerdoel bereikt is te trachten dit vast te stellen, bij voorbeeld door het inlassen van 'zeker weten' momenten. Het kindervolgsysteem voor Montessorischolen, ontworpen door Drs. Els Westra – en uitgegeven door de Nederlandse Montessori Vereniging, geeft een heel wat betrouwbaarder beeld van de kinderlijke ontwikkeling en het maakt het onderbreken en beperken van het vrij gekozen werk overbodig. ("Fred, je kunt beter volgende week niet komen begeleiden, want dan hebben we toetsweek.")

Bij de duivel te biecht dus. Op de school waar ik de realistisch rekenen opgaven voor maakte wordt elk jaar de CITO Entreetoets afgenomen aan de kinderen in groep 7. De toets verschaft de school in maart informatie over wat er mogelijk nog gebeuren moet op het gebied van leerstof aanbieden voordat de kinderen in groep 8 de BNT (basis niveau toets) afleggen, die mede bepalend is voor de schoolkeuze voor het voortgezet onderwijs. In 1998 werd deze toets inhoudelijk herzien: De opgaven werden aangepast aan wat gebruikelijk is in het realistisch rekenen. De scores voor rekenen-wiskunde en wereldoriëntatie laten een onbevredigend beeld zien. Er wordt niet meer dan gemiddeld gescoord, vaak zelfs eronder. De scores bij de 'oude' versie waren aanzienlijk hoger. Overzicht 1998 brengt de resultaten in beeld. Dit was dus de reden voor mijn eerder al vermelde plak- en knipwerk.

Aantal leerlingen: 61												
1998												
	1	2	3	--	-	gemiddelde	+	++	4	5	6	
Rekenen-Wiskunde						*						
Getallen, bewerkingen, breuken, procenten en verhoudingen	70	49	50						72		86	
• Getallen en bewerkingen	45	32	60			*			72		87	
• Breuken, procenten en verhoudingen	25	17	42			*			72		85	
Meten, tijd en geld	50	31	33						72		72	
• Meten en meetkundige vraagstukken	30	19	28		*				72		71	
• Tijd en geld	20	13	41			*			72		73	
Wereldoriëntatie												
Informatieverwerking	75	48	30		*				67		99	
• Hanteren van naslagwerken	25	16	44			*			67		101	
• Kaartlezen	25	16	44			*			67		101	
• Lezen van schema's, tabellen en grafieken	25	15	23		*				67		98	

1. aantal opgaven
2. aantal goed
3. percentielscore
4. soortgenootpercentiel
5. regiopercentiel
6. vaardigheidsscore

In 2001 legden de kinderen die met de nieuwe opgaven gewerkt hadden de CITO Entreetoets af.

Aantal leerlingen: 49											
2001											
	1	2	3	--	-	gemiddelde	+	++	4	5	6
Rekenen-Wiskunde							*				
Getallen, bewerkingen, breuken, procenten en verhoudingen	70	74	80						38	63	84
• Getallen en bewerkingen	45	73	78				*		35	60	82
• Breuken, procenten en verhoudingen	25	76	87				*		39	67	87
Meten, tijd en geld	50	71	88				*		44	72	91
• Meten en meetkundige vraagstukken	30	75	87				*		52	79	94
• Tijd en geld	20	66	80				*		29	59	85
Wereldoriëntatie											
Informatieverwerking	75	67	73				*		24	50	76
• Hanteren van naslagwerken	25	68	81				*		23	52	80
• Kaartlezen	25	63	70				*		8	24	52
• Lezen van schema's, tabellen en grafieken	25	71	90				*		42	71	90

1. aantal opgaven
2. percentage goed
3. percentiel
4. ondergrens] interval IC percentiel
5. verwacht]
6. bovengrens]

Na de introductie van de rekenopgaven met een realistisch rekenen karakter zijn de kinderen weer gaan scoren zoals ze dat voor 1998 deden: Boven gemiddeld. Het lijkt dus mogelijk met handhaving van de Montessori structuur toch bevredigende

resultaten te bereiken op het gebied van het realistisch rekenen. De situatie geeft reden tot het plaatsen van een aantal kanttekeningen. De groepen zijn niet helemaal vergelijkbaar qua grootte. Het is niet duidelijk hoe stevig de school heeft ingezet op het handhaven van de Montessori rekenlijn en hoe zwaar de inzet op de nieuwe verwerkingsstof geweest is. De mogelijkheid bestaat dat de oefenstof enigszins het karakter van een methode gekregen heeft in plaats van een middel om het toepassen van reeds zelfstandig verworven concepten mogelijk te maken. Maar ik beantwoord de vraag of met een methode waar de schaar is ingezet de kerndoelen verworven kunnen worden door de kinderen met 'ja'

Het Montessori materiaal als illustratie bij een methode voor realistisch rekenen.

In het decembernummer van MM stelt Dirk Tempelaar vast dat de inspecteur toch liever ziet dat de rekenmethode voor realistisch rekenen uitgangspunt is bij de rekenlessen en dat het materiaal er dan ter illustratie bij gebruikt kan worden. In het maart nummer meen ik aangetoond te hebben dat hiermee het karakter van het materiaal als een gids, waarmee het kind zelfstandig iets ontdekt, verloren gaat. De kracht wordt eraan ontnomen, in termen van Buitendijk. Dat is een kat in een zak verkopen en dat moeten we dus maar niet doen. Maar er is meer aan de hand.

Waarom geen rekenmethode?

Het agerende kind, dat al zijn kennis op alle gebieden verwerft als een zelfstandig zoekende, absorberende en actief handelaar wordt op één gebied ineens een reagerende. Dat haalt de zelfstandigheid voor een groot deel weg uit de Montessorischool juist in een gebied waar zoveel materiaal om tot zelfstandig ontdekken te komen voor handen is. De piramide wordt een trechter waar de leraar ervaringen ingooit (vaak een praatje bij een plaatje) die pas op den duur en onder zijn leiding tot het ontdekken van een concept zullen leiden. Van absorberen wordt geen gebruik meer gemaakt. Bovendien wordt de zo waardevolle eenheid van het Montessori concept verbroken.

De structuur van het Montessori rekenen gaat verloren. Het kleine getal komt weer als vanouds voor het grote getal. En waar het materiaal nog als illustratie wordt ingezet, wordt dit niet alleen op de verkeerde manier maar ook nog op het verkeerde moment gedaan. 'Psico-Aritmética' noemde Dr. Montessori het boek waarin zij het rekenonderwijs zoals zij dat voorstelt uiteenzet. 'rekenen samengesteld met oog op kinderpsychologische ervaringen gedurende 25 jaar' Dat was in 1934. We zijn inmiddels heel wat jaren verder, zoveel jaren dat ze dreigen ons het zicht op onze uitgangspunten te ontnemen. Niet de leerstof maar de belangstelling van het zelfstandig lerende kind is het uitgangspunt.

Een bladzijde voorbij het voorbeeld van de zevenjarige die de Rijn bestudeert schrijft Dr. Montessori: "To give the child of seven to twelve years the idea of a whole in nature, for example of the planet on which we live, we must begin by bringing him numbers"

Gezien de afmetingen van onze planeet en de plaats ervan in het heelal zal het hier

wel om grote getallen gaan. Voor het geven van kosmisch onderwijs vanaf de leeftijd van zeven jaar is het grote getal onontbeerlijk.

In het maartnummer van MM roept de redactie op om ervaringen op het gebied van spontaan en zelfstandig onderzoeken in onze tijd door het schrijven van een artikel te melden aan de redactie. Ik proefde enige scepsis tussen de regels door. Misschien is dit ook wel terecht, maar ik zou met de ervaringen uit mijn tijd die ik als leraar basisonderwijs gewerkt heb nog wel een paar blaadjes kunnen vullen. Dat moet zo blijven, vind ik. En een methode hanteren voor rekenen grendelt die mogelijkheid op dit gebied vrijwel zeker af.

En dan brengt de methode ons ook nog de blokken en het toetsharnas.

Naschrift

In september 2002 hoorde ik dat de school in Maastricht het werken met het oefenmateriaal zal staken, omdat wordt overgegaan tot integrale invoering van de rekenmethode 'Pluspunt' . Jammer.

Bronnen:

Noam Chomsky

Zie bij voorbeeld:

http://www.psychologie.unizh.ch/genpsy/lehre/ws99_00/skript/Sprachentwicklung.html

Dr. Maria Montessori

'From Childhood to Adolescence'

New York - 1976

Schocken Books

Blz. 38 en 39

Dr. Maria Montessori

'Psychoarithmetik'

Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologische Erfahrungen während 25 Jahren

Zürich - 2000

Paeda Media Volken

Montessori Mededelingen

December 2001

Maart 2002.

Gesprek met Alan Gartner



We kunnen de vraag stellen of we, als we het Montessorirekenen als uitgangspunt van ons rekenonderwijs blijven nemen, de kinderen niet tekort doen. Zal er geen situatie ontstaan waarbij kinderen op den duur verstoken blijven van wetenschap waarover anderen wel beschikken? Zal het ze maatschappelijk niet schaden? Wie zal het zeggen? Wie kan er in de toekomst kijken?

Het jaarverslag van de AMI-USA 2001 – 2002 geeft wellicht wat vertrouwen in die toekomst. New Math is in de Verenigde Staten een goed geworteld gedachtegoed. Het realistisch rekenen zoals dat zich hier ontwikkeld heeft lijkt er niet helemaal los van te staan. In het jaarverslag lezen we hoe door Dorothy Lipsky en Alan Gartner (werkzaam voor een aantal wetenschappelijke instellingen) onderzoek verrichten dat kinderen die Montessorionderwijs volgden vergeleek met een vergelijkbare groep kinderen waarbij dat niet het geval was. Na zeven jaar bleken die 'Montessorikinderen' op een aantal onderzochte gebieden significant beter uit de bus te komen. "The strongest differences were presented for mathematics" concluderen de onderzoekers. Doorgaan met het aanbieden van het Montessorimateriaal is niet op voorhand een onverantwoorde bezigheid.

Op 14 november 2003 had ik in New York een gesprek met Alan Gartner, een van de onderzoekers die het project heeft uitgevoerd dat hierboven genoemd wordt en is te vinden op de AMI website (<http://www.montessori-ami.org/research/research.htm>). Gartner was gast tijdens een vergadering van het bestuur van AMI/USA, waarbij ik ook aanwezig was.

Allereerst ging Alan in op het doel van het onderzoek. Veel ouders stellen de vraag in de Verenigde Staten of kinderen, die Montessori basisonderwijs gevolgd hebben, hierdoor niet gehinderd worden in hun schoolloopbaan in het voortgezet onderwijs. Of zoals Gartner het uitdrukte: "We hebben ze leren skiën, maar het had leren schaatsen moeten zijn" Het onderzoek toont aan dat kinderen die het Montessori basisonderwijs volgen in Amerika, beter presteren dan kinderen die een reguliere basisschool doorlopen. De samenvatting van het onderzoek zegt hierover:

"This study supports the hypothesis that Montessori education has a positive long-term impact. Additionally, it provides an affirmative answer to questions about whether Montessori students will be successful in traditional schools."

In de Verenigde Staten is bijna het hele onderwijs niet door de landsregering georganiseerd maar door wetgeving van de afzonderlijke staten. Hierop is één uitzondering. Sinds enige tijd is een federale wet van kracht die "No Child left behind" heet waarin het achterstandsonderwijs geregeld wordt. Er is extra geld om projecten te financieren. Maar de scholen die verzoeken ter financiering indienen moeten wel met onderwijsresearch onderbouwde resultaten overleggen, die aantonen dat de voorgestelde programma's ook echt zullen gaan werken. Dat is dus minder vrijblijvend dan in Nederland. Het onderzoek van Alan Gartner en zijn

collega's kan dienen als ondersteuning bij de aanvraag van federale financiering voor Montessoriprojecten die worden opgezet in het kader van deze nieuwe wet.

Het meeste onderwijs in de Verenigde Staten wordt gegeven aan zogenaamde public schools, zeg maar openbare scholen. Hiervan zijn er weer een aantal soorten, waarvan de 'charter school' een grotere vrijheid van inrichting heeft. Voorts zijn er de 'voucher schools' waar ouders met vouchers onderwijs kunnen inkopen dat voor hun kind het meest geschikt is. Deze regeling kan vergeleken worden met de rugzakjes in het Nederlandse onderwijs: Door ouders te besteden extra geld voor het onderwijs aan hun kind, dat extra zorg behoeft.

Naast het netwerk van 'public schools' kent de Verenigde Staten een netwerk van "private schools". De meeste Montessorischolen maken deel uit van het 'private school' netwerk. Dat bemoeilijkt onderzoek, omdat het lastig wordt een controlegroep samen te stellen die vergelijkbaar is met de te onderzoeken Montessorischolen. Omdat de te onderzoeken kinderen examenkandidaten van een highschool zijn, moet worden teruggevallen op gegevens uit het basisonderwijs, die in de private schools niet altijd zorgvuldig bewaard worden.

Gelukkig is er in Milwaukee een representatief netwerk van openbare Montessorischolen, op dit moment drie in aantal, dat goed vergeleken kan worden met een controlegroep samengesteld uit scholieren van andersoortig basisonderwijs. Ook heeft Milwaukee een AMI opleidingsinstituut voor Montessorileraren voor het basisonderwijs, zodat het netwerk over adequaat opgeleide leraren beschikt. Van de kinderen in de openbare scholen waren de gegevens zorgvuldig bewaard, zodat een evenwichtige steekproef getrokken kon worden uit kinderen die Montessorionderwijs volgden en kinderen die regulier onderwijs volgden. Gartner is er dan ook van overtuigd, dat als het onderzoek elders herhaald zou worden, onder dezelfde omstandigheden, de onderzoeksresultaten bevestigd zouden worden.

Omdat het onderzoek gelezen kan worden op de AMI website zal ik er hier inhoudelijk niet verder op ingaan. Aan de Amerikaanse behoefte is voldaan. Kinderen kunnen zonder dat ze 'schade' oplopen in het voortgezet onderwijs naar een Montessoribasisschool gestuurd worden. Voor de situatie die we hier op de website aan de orde stellen, het Montessorirekenen in relatie tot het realistisch rekenen, is ook een tweede conclusie belangrijk:

"A significant finding in this study is the association between a Montessori education and superior performance on the Math and Science scales of the ACT and WKCE. In essence, attending a Montessori program from the approximate ages of three to eleven predicts significantly higher mathematics and science standardized test scores in high school."

ACT en WKCE zijn de namen van studietoetsen, die aan het einde van een Highschool loopbaan worden afgenomen. Als we 'science' even terzijde laten dan geldt voor het rekenen dat de Montessorikinderen beter presteren dan de kinderen uit de controlegroep. De verworvenheden uit het Montessoribasisonderwijs zijn dus in het voortgezet onderwijs niet verloren gegaan. Het karakter van het

Montessorirekenonderwijs kan omschreven worden als in overeenstemming met de oorspronkelijke uitgangspunten. Daar staat de opleiding van de Montessorileraren aan het AMI instituut borg voor. Het materiaal is ingezet met ook op zelfstandig ontdekkend leren en niet als illustratie bij een praatje van de leraar. Daar is het tenslotte niet voor ontworpen.

Dan rest de vraag naar de relatie die de toetsen die worden afgenomen heeft met wat in Nederland realistisch rekenen genoemd wordt. Voor de WKCE toets (*Wisconsin Knowledge and Concepts Examinations*) vind ik op het internet de volgende omschrijving, waar het gaat om rekenen:

"Demonstrate an understanding of number, number sense, and number theory by ordering numbers, representing numbers in equivalent forms, identifying relationships, interpreting numbers in real-world situations, and applying number concepts in real-world situations. <http://www.dpi.state.wi.us/dpi/oea/math97.html>

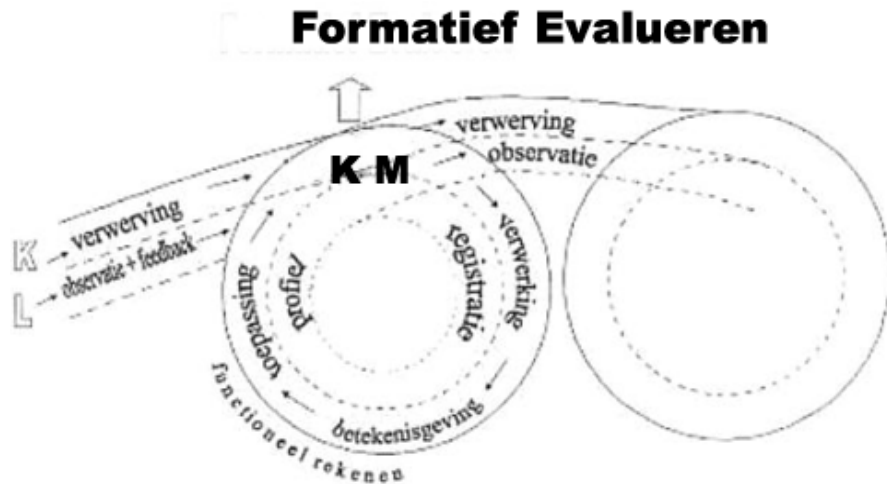
Het is duidelijk dat het hier een realistisch rekenenachtige toets betreft. Het disfunctioneren van Montessorirekenen in de hedendaagse opvattingen over het reken en wiskunde onderwijs, waar in Nederland - bij voorbeeld door de onderwijsinspectie – van wordt uitgegaan, dient in het licht van deze Amerikaanse onderzoeksuitkomsten dus op zijn minst gerelativeerd te worden.

In de discussie met Alan Gartner bleek dat hij van de positieve kwaliteiten van het Montessorirekenen overtuigd was geraakt. Interessant was dat hij in antwoord op mijn vragen goede mogelijkheden zag om meer centraal staande Montessoriconcepten als *normalisatie* en de *opvoedbaarheid van intelligentie* door het werken met zintuiglijk materiaal te onderzoeken. Enthousiast begon hij onderzoeksmodellen te beschrijven, die daarvoor zouden kunnen dienen. Het is te hopen dat in de toekomst juist dit soort onderzoek ook daadwerkelijk ondernomen zal worden.

Functioneel Rekenen

Op 6 en 13 november 2002 werden bij Nienhuis Montessori in Zelhem de jaarlijkse Montessoridagen georganiseerd voor leidster en leiders van Montessori basisscholen. Het programma stond in het teken van het reken- en wiskunde onderwijs op Montessorischolen en werd verzorgd door de WMO (Werkgroep Montessori Opleiders) De titel van het programma was "Beter ten halve gekeerd" . In de morgensessie lichtte Julie Menne haar promotie onderzoek "Met sprongen vooruit" toe, dat eerder al besproken werd door Arthur van Oeveren in Montessori Mededelingen (jaargang 25 nr.4) Na de lunchpauze heb ik een samenvatting gepresenteerd van wat hierboven over Realistisch Montessori Rekenen geschreven is. Daarna leidde Drs. Els Westra een viertal workshops in, die gegeven werden door leden van de WMO. Een vijfde workshop werd verzorgd door Jan van de Kerkhoff. Deze workshop had het multibase materiaal en de kisten voor de vierde en vijfde macht als onderwerp.

Het Lusmodel



In haar inleiding zei Els Westra dat de door de Nederlandse Montessori Vereniging uitgegeven brochure "Gids voor Montessoribasisonderwijs - Rekenen/Wiskunde" door de

Rijksinspectie voor het Onderwijs is bestudeerd. De Gids voldoet aan de eisen die aan het onderwijs gesteld worden in de zogenaamde Kerndoelen. Wel heeft de Inspectie gezegd dat aan de brochure een schoolspecifieke invulling gegeven moet worden. Aan deze invullingen wordt door leden van de WMO gewerkt. Een viertal onderwerpen is uitgewerkt en werd in de workshops gepresenteerd. Deze onderwerpen zijn:

- Tellen
- Verhoudingen/procenten
- Tijd/klokkijken
- Breuken

Op de Montessoridagen was van de uitwerkingen een 'hand-out' beschikbaar, die aan de deelnemers aan de dagen werd uitgereikt. De WMO denkt drie jaar nodig te hebben om alle onderwerpen, genoemd in de Gids, van een dergelijke uitwerking te voorzien. Elke school afzonderlijk kan de uitwerkingen uitbreiden met gegevens over de eigen school.

De titel "Beter ten halve gekeerd" geeft aan dat de opleiders bij hun uitwerking het pad van het realistisch rekenen verlaten hebben en zijn teruggekeerd naar een uitvoeren van de leerlijnen in het Montessorirekenen. Deze uitvoering is aangepast aan de eisen des tijds. Er zijn evaluatiemomenten ingebouwd, de zogenaamde kritieke momenten, waarop kind en leidster/leider nagaan of bepaalde veronderstelde leerdoelen bereikt zijn en het geleerde door het kind kan worden toegepast. Dit is een formatieve evaluatie van het leerproces, die wordt vastgelegd in een kindvolgsysteem. Een dergelijk systeem is het Montessori Kind Volgsysteem (KVS), dat is uitgegeven door Pravoo. De kritieke momenten voor rekenen / wiskunde worden in dit door Els Westra geschreven kind volg systeem genoemd. In termen van Thom van der Grinten: ook hier is gekozen voor de eerste optie (Montessori rekenen), al houden de uitwerkingen wel meer in dan het 'upgraden' van de MIO kaarten en wordt het Montessorirekenen gezien als meer dan cijferend bezig zijn. Van rekentoetsen wordt slechts gebruik gemaakt in het geval dat een bepaald

kind, naar uit de evaluatie blijkt, bepaalde rekenproblemen heeft. Deze problemen worden met een toets gediagnosticeerd en met behulp van een aangepast programma tracht de leidster het probleem met het kind op te lossen. De werkwijze wordt Functioneel Rekenen genoemd.

Er wordt formatief geëvalueerd volgen een lusmodel:

Met formatief evalueren wordt bedoeld dat geëvalueerd wordt tijdens het onderwijsleerproces. En niet aan het eind ervan; dat is summatief evalueren. Het voordeel van formatieve evaluatie is dat er informatie wordt vergaard tijdens het leren, zodat het onderwijsleerproces met deze informatie geoptimaliseerd kan worden. Waar in de lus KM staat is sprake van een kritiek moment. De K in de lus beschrijft het handelen van het kind. De L het handelen van de leider/leidster. De opleiders schrijven over het lusmodel:

"Het lusmodel kan worden 'gelezen' vanuit het perspectief van het handelende kind en vanuit het perspectief van de volgende leider/ster.

Hier worden beide lijnen in samenhang met elkaar per moment beschreven.

Het leerproces start met de VERWERVINGSFASE.

- Deze fase wordt ingezet door de keuze van een materiaal, waardoor het kind in aanraking komt met de essentie van het te leren onderdeel. Handelen is hier: exploreren, experimenteren en het leren van de bijbehorende formele taal.
- De leider/ster observeert in deze fase het gedrag van het kind en neemt een besluit om het kind 'In te wijden' in het gebruik van het materiaal of het zelf bezig te laten.
- Indien de leider/ster gericht observeert kan dat o.a. aan de hand van de beschreven observatiemomenten in het Kindvolgsysteem (KVS) Na een dergelijke observatie volgt het geven van feedback en worden de conclusies eventueel bijgesteld.
- Aan de verwervingsfase kan een Kritiek Moment gekoppeld zijn als het te verwerven onderwerp een cruciaal onderdeel is binnen een leerlijn. >Indien dit het geval is vindt er een evaluatie plaats van de verwerving van de kennis, hetgeen we het FE1 moment noemen (formatief evaluatiemoment 1).... Het kritieke moment is ook binnen het Lusmodel een keuzemoment:
Of wel het kind beschikt over zoveel kennis en vaardigheden zodat het meteen doorgaat naar de volgende verwervingsfase, of het kind heeft de essentie te pakken, maar kan het geleerde nog niet toepassen, analyseren en betekenis geven. Het kind gaat 'de diepte in' in de lus en maakt dan de volgende stappen naar gelang nodig is."

Machten van Getallen

Jan van de Kerkhoff presenteerde materiaal dat pas recent door Nienhuis in productie is genomen. Het zou te ver voeren om het 'nieuw' materiaal te noemen, want Dr. Montessori beschreef het al in 1934 haar boek "Psico-Aritmética". Helaas is dit boek alleen antiquarisch te koop in het Spaans. Het werd in Barcelona uitgegeven

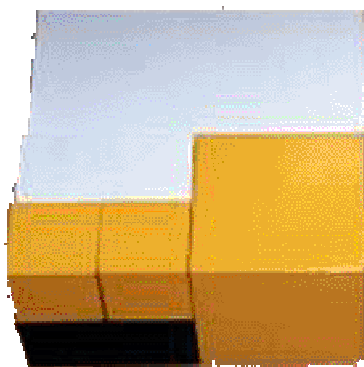
toen Dr. Montessori daar woonde. Verder is er een Italiaanse uitgave, die in 1971 verscheen in een bewerking van Camillo Grazzini. De Duitse uitgave verschijnt in delen. De vierde en vijfde macht zullen in het derde nog te verschijnen deel beschreven worden. De uitgave verloopt door geldgebrek echter uiterst traag.

Het betreft het materiaal voor de vierde en de vijfde macht, dat aansluit op de tweeterm, drieterm en de machten van twee en drie. En dan met name de algebraïsche bewerkingen ermee. Verder liet Jan het nieuw vervaardigde materiaal voor Machten van Getallen zien.

In "Dat akelige rekenen" schrijft Mario Montessori Sr. over dit materiaal en een aantal hieraan gerelateerde materialen:

"Een algemeen misverstand, dat zelfs bij wiskundigen heerst, is dat je - omdat geen enkel voorwerp meer dan drie afmetingen kan hebben - een formule als $(a + b)^4$ en eigenlijk alle vierde machten niet concreet kunt voorstellen. Hoewel Einstein aantoonde dat de vierde macht bestaat en dat ermee gerekend kan worden, zou hij niet concreet voorgesteld kunnen worden. En zelfs Einstein heeft niet geprobeerd om aan te tonen dat er een vijfde macht en een zesde macht bestaan als afmeting. Hier ontstaat de verwarring: duiden vierde, vijfde en zesde macht op daarmee corresponderende afmetingen?

Dat is niet het geval. In een vermenigvuldiging wordt een hoeveelheid een aantal malen neergelegd. De vermenigvuldiger geeft aan hoeveel keer de hoeveelheid neergelegd wordt; het is geen afmeting. Als we dus a^3 hebben voorgesteld door een kubus met a als ribbe, dan nemen we om a^4 te krijgen het aantal a aan kubussen. Op dezelfde manier is $a^3 \times a^2$ zoveel keer kubussen van a^3 als de hoeveelheid a^2 aangeeft.



Met het Montessori materiaal kan dit gedemonstreerd worden. In sommige kisten zitten kubussen en prisma's waarmee a^2 ; a^4 ; a^5 ; a^6 ; a^7 ; a^8 en a^9 kan worden voorgesteld. In andere kisten zitten verschillende soorten blokjes die samen $(a + b)^4$ en $(a + b)^5$

voorstellen. En dan is er nog een kist om $(a + b + c)^3$ voor te stellen en een doos waarin deze formule wordt toegepast op het tientallig stelsel.

In de eerste kist (het geliefde werkje in de groep van Mevrouw Steenberghe) wordt a^3 voorgesteld door een kubus met de ribbe 2. Je zou dus kunnen zeggen dat die 2^3 voorstelt.

Als je twee van die kubussen naast elkaar legt dan wordt dat $2^3 \times 2$. Dat is 2^4 . Het is een prisma met de afmetingen $2 \times 2 \times 4$

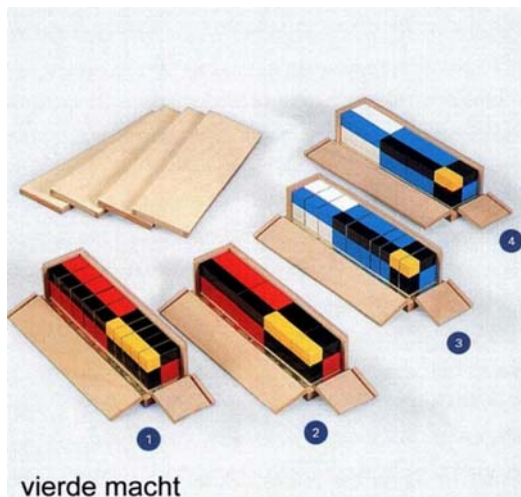
Als je twee van deze prisma's van 2^4 elkaar legt, dan ontstaat er een vierkant prisma met de afmetingen $4 \times 4 \times 2$. Dat prisma stelt dan 2^5 voor.

Als je op deze manier verder gaat dan wordt a^7 een langwerpige prisma dat in vorm gelijk is aan dat van a^4 .

En a^8 wordt een vierkant prisma dat in vorm gelijk is aan dat van a^5 . En a^9 is weer een kubus.

Ook hier ontstaat een tot de verbeelding sprekende regelmaat. Om die te benadrukken hebben alle blokken met dezelfde vorm dezelfde kleur gekregen."

kubus	geel
langwerpige prisma	wit
vierkant prisma	groen



De kist van de vierde macht heeft dus de vorm van een langwerpige prisma en de kist van de vijfde macht heeft de vorm van een vierkant prisma

Bronnen:

"Met sprongen vooruit"

Een productief oefenprogramma voor zwakke rekenaars in het getalengebied tot 100 - een onderwijsexperiment.

J.J.M. Menne

Freudenthal Instituut, Utrecht 2001.



"Gids voor het Montessoribasisonderwijs"

Rekenen/Wiskunde

Kerdoelen, materialen, methodieken

N. van Ewijk, L. Heemstra, W. Voskuilen,

E. Wasmann, E. Westra.

Nederlandse Montessori Vereniging, december

2001.

"Handout voor de Workshops"

Tellen; verhoudingen/procenten;

tijd/klokkijken; breuken

Niehuis Montessori en de Werkgroep Montessori

Opleiders (WMO) november 2002.

"Montessori Kind Volg Systeem"

Drs. E. Westra-Matthijsen

Uitgeverij Pravoo

Slobeendstraat 27, 2941 PC Lekkerkerk

Tegenwoordig uitgegeven door de Nederlandse Montessori Vereniging

zie www.montessori.nl

"Psico-Aritmética"

Dr. Maria Montessori

Casa Editorial Araluce, Barcelona 1934

"Psicoaritmetica"

L'Aritmetica sviluppata secondo le indizioni psicologia infantile drrante venticinque anni di esperienze

Dr. Maria Montessori

Garzanti, 1971

"Psychoarithmetik"

Die Arithmetik dargestellt unter Berücksichtigung kinderpsychologischer Erfahrungen während 25 Jahren

Dr. Maria Montessori

Herausgegeben und eingeleitet von Harold Baumann

Edition Paeda Media Volken/Zürich 1989 & 2000

"Dat akelige rekenen"

Mario Montessori Sr.

Montessori Mededelingen

Maart 2002.

"Pluspunt"

Reken-wiskundemethode voor de Basisschool

Auteursgroep Pluspunt

Den Bosch - 1-3 z.j.